ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Том 68 | 2023 | Выпуск 4

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ НА ВОСЬМОЙ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ ПО СТОХАСТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ[1)]

С 1 по 8 июня 2023 г. состоялась 8-я Международная конференция по стохастическим методам (МКСМ-8). Она (как и предыдущая МКСМ-7) проходила в поселке Дивноморское (г. Геленджик) в спортивно-оздоровительном комплексе "Радуга" Донского государственного технического университета. Организаторами нынешней конференции стали Математический институт им. В. А. Стеклова РАН (отдел теории вероятностей и математической статистики), Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (кафедра теории вероятностей), Национальный комитет Общества Бернулли по математической статистике, теории вероятностей, комбинаторике и их применениям и Донской государственный технический университет (ДГТУ, кафедра высшей математики).

Данная конференция была посвящена 120-летию великого математика, академика **Андрея Николаевича Колмогорова**. Во вступительном докладе "К 120-летию со дня рождения А. Н. Колмогорова" А. Н. Ширяев подробно рассказал о его жизни и творчестве, которое предопределило развитие теории вероятностей и других математических дисциплин на многие годы вперед. Большое количество докладов на конференции начиналось с воспоминаний об А. Н. Колмогорове и с описания различных полученных им результатов. Велась видеозапись докладов, которые впоследствии были выложены на сайт конференции http://www.intconfstochmet.ru. В заключительный день работы конференции был продемонстрирован фильм о Комаровском доме, в котором долгие годы жили и получали выдающиеся результаты академики А. Н. Колмогоров и П. С. Александров.

В МКСМ-8 наряду с известными российскими учеными приняли участие математики из Португалии и Таджикистана. Среди российских участников были представители следующих городов: Москва, Санкт-Петербург, Ростов-на-Дону, Воронеж, Севастополь, Томск, Уфа, Нижний Новгород, Хабаровск, Челябинск, Сочи, Таганрог, Майкоп, Белгород, Великий Новгород, Калуга. Работала специальная секция, на которой делали доклады молодые ученые: аспиранты, магистранты и студенты. Всего на конференции было сделано 26 пленарных

[1)]Конференция проводилась при финансовой поддержке Минобрнауки России (грант на создание и развитие МЦМУ МИАН, соглашение № 075-15-2022-265).

DOI: https://doi.org/10.4213/tvp5677

и 37 секционных докладов. Сообщение «О фонде “Институт ВЕГА”», реализующем совместные образовательные проекты с кафедрой теории вероятностей МГУ, сделали представители фонда К. Ю. Климов и М. Н. Царева. И. В. Григалюнене (Сколковский институт науки и технологий) представила доклад “VR Колмогоров. Новые форматы популяризации математики”.

А. Н. Ширяев, И. В. Павлов, П. А. Яськов, Т. А. Волосатова

Ниже публикуются тезисы докладов и сообщений участников конференции.

Абдрахманов С. И. (УУНиТ, Уфа, Россия)**. Об уравнении нелинейной теплопроводности и горения с шумом.**

Пусть на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$ задан случайный процесс $V(t)$, $t \in [0, T]$, с непрерывными нигде не дифференцируемыми реализациями. В работе исследуется задача Коши для стохастического уравнения теплопроводности и горения вида (см. [2])

$$\begin{gathered} u(s,x) - u(0,x) = \int_0^s (k(u)\cdot u_x)'_x\,dt + \int_0^s g(u) * dV(t), \\ u(0,x) = u_0(x), \qquad (t,x) \in \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}, \end{gathered} \tag{1}$$

где второй интеграл в правой части является симметричным интегралом по процессу $V(t)$; в случае если $V(t)$ есть винеровский процесс, этот интеграл совпадает со стохастическим интегралом Стратоновича (см. [1]). Здесь $u = u(t,x)$ — температура сплошной среды, а $k(u)$ и $g(u)$ — зависящие от температуры коэффициент теплопроводности и мощность объемных источников тепла соответственно. Мы рассматриваем случай, когда шум воздействует на мощность объемных источников.

Теорема. *Пусть $k(u)$, $g(u)$ — непрерывно дифференцируемые функции, $g(u) \neq 0$ при любом u. Тогда решение задачи* (1) *существует и определяется из соотношения $\Phi(u) = V(t) + C(t,x)$, где $\Phi(u) = \int du/g(u)$, а $C(t,x)$ удовлетворяет задаче Коши*

$$C_t = k(u)\cdot C_{xx} + \bigl(k(u)\cdot g(u)\bigr)'_u \cdot (C_x)^2, \qquad C(0,x) = \Phi(u_0) - V(0).$$

В работе исследованы и другие случаи, например когда шум воздействует на оба слагаемых в правой части уравнения. Найдены частные решения рассмотренных уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ф. С. Насыров, *Локальные времена, симметричные интегралы и стохастический анализ*, Физматлит, М., 2011, 212 с.
2. А. Г. Свешников, А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов, *Лекции по математической физике*, Уч. пособ., Изд-во МГУ, М., 1993, 352 с.

Кузнецов Д. Ф. (Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия). **Недавние результаты по новому подходу к разложению повторных стохастических интегралов Стратоновича по компонентам многомерного винеровского процесса.**

Теорема 1 [1, разд. 1.11, 2.1.4, 2.10–2.18]. *Пусть полная ортонормированная система* $\{\phi_j(x)\}_{j=0}^{\infty}$ *в* $L_2[t,T]$ $(\phi_0(x) = 1/\sqrt{T-t})$ *и функции* $\psi_1(\tau),\ldots,$ $\psi_k(\tau) \in C[t,T]$ *таковы, что выполнено условие* [1, разд. 2.10, (2.702)]. *Тогда*

$$\int_t^T \psi_k(t_k)\cdots\int_t^{t_2}\psi_1(t_1)\circ d\mathbf{W}_{t_1}^{(i_1)}\cdots\circ d\mathbf{W}_{t_k}^{(i_k)} = \underset{p_1,\ldots,p_k\to\infty}{\mathrm{l.i.m.}}\sum_{j_1=0}^{p_1}\cdots\sum_{j_k=0}^{p_k} C_{j_k\ldots j_1}\zeta_{j_1}^{(i_1)}\cdots\zeta_{j_k}^{(i_k)}, \tag{1}$$

где $\zeta_j^{(i)} = \int_t^T \phi_j(\tau)\,d\mathbf{W}_\tau^{(i)}$ *— независимые одинаково распределенные,* $N(0,1)$*, случайные величины* $(i\neq 0)$; $k\in\mathbf{N}$; $d\mathbf{W}_\tau^{(i)}$ *и* $\circ\, d\mathbf{W}_\tau^{(i)}$ *— дифференциалы Ито и Стратоновича соответственно;* $C_{j_k\ldots j_1}$ *— коэффициенты Фурье, соответствующие ядрам* $K(t_1,\ldots,t_k) = \psi_1(t_1)\cdots\psi_k(t_k)1_{\{t_1<\cdots<t_k\}}$ $(k\geqslant 2)$ *и* $K(t_1) = \psi_1(t_1)$, $t_1,\ldots,t_k\in[t,T]$, $i_1,\ldots,i_k = 0,1,\ldots,m$; $\mathbf{W}_\tau^{(i)}$ $(i=1,\ldots,m)$ *— независимые стандартные винеровские процессы,* $\mathbf{W}_\tau^{(0)} = \tau$. *Кроме того, если* $\{\phi_j(x)\}_{j=0}^{\infty}$ *— полная ортонормированная система многочленов Лежандра или тригонометрических функций в* $L_2[t,T]$ *и* $\psi_1(\tau),\ldots,\psi_k(\tau)\in C^1[t,T]$*, разложение* (1) *справедливо для* $k=1,\ldots,6$ $(p_1=\cdots=p_k=p$ *при* $k=4,5,6)$ *и без выполнения условия* [1, разд. 2.10, (2.702)].

Теорема 1 может быть полезной для построения сильных численных методов высоких порядков точности для систем стохастических дифференциальных уравнений Ито с некоммутативным шумом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D. F. Kuznetsov, *Strong approximation of iterated Itô and Stratonovich stochastic integrals based on generalized multiple Fourier series. Application to numerical solution of Itô SDEs and semilinear SPDEs*, 2023 (v1 – 2020), 996 pp., arXiv: 2003.14184v45.

Кузнецов К. С. (Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия). **Стоимость европейского опциона в модели диагонального процесса поля Винера–Орнштейна–Уленбека.**

Пусть стоимость базового актива подчиняется стохастическому дифференциальному уравнению (СДУ) $dx_t = \mu x_t\,dt + \sigma x_t\,dZ_t$, $x_0>0$, $\mu\in\mathbf{R}$, $\sigma>0$. Процесс Z_t — "диагональный" процесс (при $s=t$), заданный на центрированном гауссовском поле над $\mathbf{R}_+\times[0,T]$ с ковариацией $e^{-\lambda|s_2-s_1|}\min(t_1,t_2)$, $s_1,s_2\in\mathbf{R}_+$, $t_1,t_2\in[0,T]$, $\lambda>0$ (см. [1]). Для Z_t верно СДУ $dZ_t = -\lambda Z_t\,dt + \sqrt{1+2\lambda t}\,dW_t$, $Z_0=0$, где W_t, $t\in[0,T]$, — стандартное броуновское движение.

Пусть безрисковая облигация [2] подчиняется обыкновенному дифференциальному уравнению $dB_t = rB_t\,dt$ с начальным условием $B_0=1$, где $r\in\mathbf{R}_+$ — безрисковая процентная ставка.